

Nghiên cứu cải tiến quy trình và phương pháp tái lập lịch sử mô hình mô phỏng khai thác dầu khí cho đối tượng đá móng nứt nẻ

Phần 2 - Xây dựng chương trình máy tính hỗ trợ hiệu chỉnh và áp dụng thử nghiệm

TS. Nguyễn Thế Đức, TS. Phan Ngọc Trung
Viện Dầu khí Việt Nam

Tóm tắt

Để nâng cao chất lượng dự báo của mô hình mô phỏng khai thác (mô hình MFKT) cho đối tượng móng nứt nẻ, một trong những định hướng nghiên cứu quan trọng là cải tiến phương pháp xây dựng mô hình MFKT, bao gồm tất cả các khâu: từ lựa chọn phương pháp mô hình đến cải tiến quy trình và phương pháp hiệu chỉnh thông số theo số liệu khai thác (tái lập lịch sử khai thác).

Nội dung Phần 1 đã trình bày nghiên cứu đề xuất quy trình và phương pháp hiệu chỉnh. Từ tổng quan phân tích những thách thức và giải pháp trong xây dựng mô hình MFKT cho mỏ nứt nẻ nói chung và đối tượng móng nứt nẻ nói riêng, một quy trình hiệu chỉnh thông số đã được đề xuất cho đối tượng móng nứt nẻ. Trong các bước thực hiện, phương pháp hiệu chỉnh chung được xây dựng trên cơ sở áp dụng các kỹ thuật tái lập lịch sử với trợ giúp của máy tính (Computer-Assisted History Matching).

Nội dung Phần 2 sẽ mô tả các chương trình máy tính được xây dựng nhằm thực hiện quy trình và phương pháp hiệu chỉnh đề xuất kèm theo kết quả áp dụng thử nghiệm cho khối móng mỏ dầu Bạch Hổ để minh họa khả năng của hệ phương pháp đề xuất.

1. Giới thiệu

Nghiên cứu trình bày trong Phần 1 đã đề xuất quy trình hiệu chỉnh gồm các bước sau:

Bước 1: Hiệu chỉnh đồng thời đường cong thấm pha đại diện và mức độ bất đẳng hướng tổng thể của độ thấm.

Bước 2: Hiệu chỉnh đồng thời tổng thể tích phần rỗng hiệu dụng, hệ số nén đất đá và các thông số aquifer.

Bước 3: Hiệu chỉnh phân bố độ thấm đứng.

Bước 4: Hiệu chỉnh các phân bố độ thấm ngang.

Bước 5: Hiệu chỉnh phân bố độ rỗng.

Phương pháp hiệu chỉnh thông số mô hình trong các bước được đề xuất dựa trên các kỹ thuật tái lập lịch sử với trợ giúp của máy tính. Trong đó, các thuật toán tối ưu được sử dụng để tìm vị trí tương ứng với cực tiểu

của hàm mục tiêu định lượng sai số giữa đo đạc và tính toán của hai dạng dữ liệu: lưu lượng nước và áp suất các giếng khai thác. Giá trị hàm mục tiêu cần giảm thiểu đó được tính là tổ hợp hai trung bình chuẩn độ lệch giữa tính toán và đo đạc tại mọi giếng và tại mọi thời điểm đo đạc:

$$E = (\alpha_R^2 \cdot E_R^2 + \alpha_P^2 \cdot E_P^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Trong đó:

- E_R là trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước tổng hợp (công thức (2)).

- E_P là trung bình chuẩn độ lệch áp suất tổng hợp (công thức (4)).

- α_R và α_P là các trọng số.

Trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước tổng hợp được xác định từ độ lệch giữa đo đạc với tính toán theo mô hình của lưu lượng nước khai thác của tất cả các giếng và tại mọi thời điểm khai thác:

$$E_R = \left(\frac{\sum_{j=1}^{NW} \sum_{i=1}^{NO_j} (qw_{j,i}^{obs} - qw_{j,i}^{sim})^2}{\sum_{j=1}^{NW} NO_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Với j là chỉ số giếng, NW là số lượng giếng có số liệu đo đạc, i là chỉ số các thời điểm so sánh giữa đo đạc và tính toán (cụ thể là tại các thời điểm có dữ liệu đo đạc hàng tháng theo dữ liệu lịch sử khai thác được cung cấp), NO_j là số thời điểm đo đạc hàng tháng của giếng thứ j , $qw_{j,i}^{obs}$ là lưu lượng nước đo đạc của giếng và $qw_{j,i}^{sim}$ là lưu lượng nước tính toán của giếng tại các thời điểm so sánh hàng tháng i . Mẫu số trong công thức (2), tổng $\sum_{j=1}^{NW} NO_j$ biểu diễn tổng số số liệu đo đạc lưu lượng nước của tất cả các giếng.

Mức độ tái lập lịch sử lưu lượng nước của từng giếng j được định lượng bằng công thức sau:

$$E_{R,j} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{NO_j} (qw_{j,i}^{obs} - qw_{j,i}^{sim})^2}{NO_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Tương tự, trung bình chuẩn tổng hợp độ lệch áp suất giữa đo đạc và tính toán E_p của các giếng được tính theo biểu thức:

$$E_p = \left(\frac{\sum_{j=1}^{NW} \sum_{i=1}^{NO_j} (p_{j,i}^{obs} - p_{j,i}^{sim})^2}{\sum_{j=1}^{NW} NO_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Trong đó $p_{j,i}^{obs}$ là áp suất đo đạc của giếng và $p_{j,i}^{sim}$ là áp suất tính toán của giếng tại các thời điểm so sánh hàng tháng i của giếng thứ j ; các ký hiệu khác có ý nghĩa tương tự như công thức (2).

Mức độ tái lập lịch sử áp suất của từng giếng j được định lượng bằng công thức sau:

$$E_{p,j} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{NO_j} (p_{j,i}^{obs} - p_{j,i}^{sim})^2}{NO_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Việc giảm thiểu hàm mục tiêu tính toán theo các công thức (1) - (5) đồng nghĩa với việc giảm thiểu trung bình sai số giữa đo đạc và tính toán của tất cả các giếng và tại

tất cả các thời điểm đo đạc. Trong một số trường hợp, để tránh phân bố độ rỗng hiệu chỉnh không khác quá xa phân bố độ rỗng ban đầu từ mô hình địa chất, phương pháp chính tắc hóa được sử dụng với hàm mục tiêu cần hiệu chỉnh (1) sẽ có dạng sau:

$$E = \left(\alpha_R^2 \cdot E_R^2 + \alpha_p^2 \cdot E_p^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \sigma_r \left[\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_z} (\phi_{ijk}^{new} - \phi_{ijk}^{prior})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Trong đó, N_x, N_y, N_z là số ô lưới theo các chiều x, y, z , ϕ_{ijk}^{prior} là giá trị độ rỗng tại các ô lưới nhận được từ mô hình địa chất và ϕ_{ijk}^{new} là giá trị hiệu chỉnh tương ứng, σ_r là hệ số chính tắc hóa.

Nội dung tiếp theo của bài báo trình bày cơ sở kỹ thuật của các chương trình tính toán được xây dựng nhằm hỗ trợ thực hiện các bước hiệu chỉnh đề xuất trên cơ sở các kỹ thuật tái lập lịch sử với trợ giúp của máy tính. Kết quả áp dụng thử nghiệm cho khối móng mỏ dầu Bạch Hổ cũng được giới thiệu trong mục 3 nhằm minh họa khả năng của hệ phương pháp xây dựng.

2. Xây dựng chương trình máy tính hỗ trợ hiệu chỉnh

2.1. Lược đồ tính toán chung

Để thực hiện quy trình hiệu chỉnh gồm 5 bước như đề xuất ở trên theo các kỹ thuật tái lập lịch sử với sự trợ giúp của máy tính, 3 chương trình máy tính hỗ trợ đã được xây dựng, bao gồm:

1. Chương trình hiệu chỉnh đường cong thấm pha đại diện và tính thấm bất đẳng hướng (chương trình 1) sử dụng cho bước 1 trong quy trình hiệu chỉnh đề xuất.

2. Chương trình hiệu chỉnh tổng độ rỗng, hệ số nén đất đá và các tham số nguồn nước nuôi (chương trình 2) sử dụng cho bước 2.

3. Chương trình hiệu chỉnh các phân bố thấm rỗng (chương trình 3) sử dụng chung cho bước 3, bước 4 và bước 5.

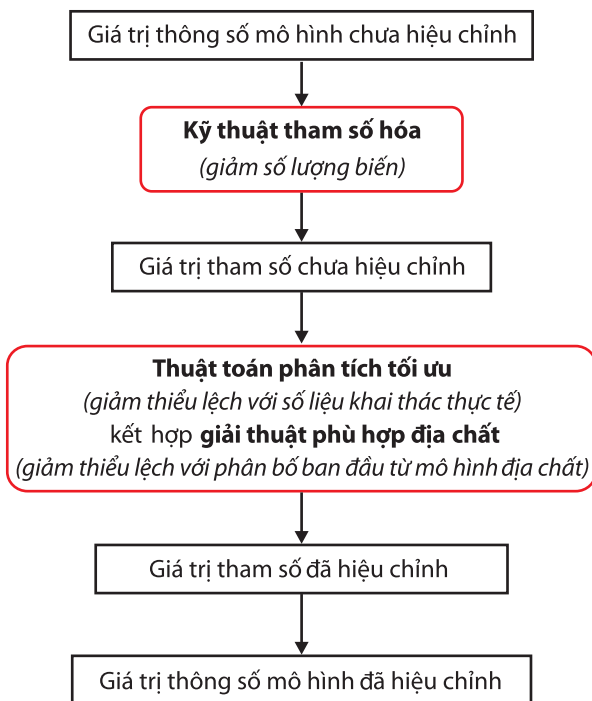
Các bước thực hiện trong lược đồ tính toán chung của cả 3 chương trình hỗ trợ hiệu chỉnh trên được minh họa trên Hình 1, cụ thể là:

- Đầu tiên, cần thiết phải thực hiện đổi biến các thông số mô hình cần hiệu chỉnh bằng một kỹ thuật tham số hóa phù hợp. Mục đích của bước này là biểu diễn giá trị thông số cần hiệu chỉnh (với số lượng thường là rất lớn) qua một số lượng vừa phải các tham số thay thế. Sự thay đổi của các thông số mô hình cần hiệu chỉnh có thể biểu

diễn qua sự thay đổi của các tham số thay thế này. Các tham số này sẽ có các giá trị xác định tương ứng với các giá trị cần hiệu chỉnh của các thông số mô hình.

- Tiếp theo, thuật toán phân tích tối ưu sẽ được sử dụng để hiệu chỉnh các tham số thay thế nhằm giảm thiểu độ lệch giữa mô phỏng và tính toán. Các giải thuật giữ tính phù hợp địa chất có thể được sử dụng thêm vào nhằm mục đích giữ cho phân bố hiệu chỉnh không đi quá xa phân bố ban đầu.

- Cuối cùng, giá trị mới của các tham số thay thế sẽ nhận được và cùng với chúng là các giá trị thông số mô hình mới.



Hình 1. Lược đồ tính toán chung của các chương trình hỗ trợ hiệu chỉnh

Như thấy trên Hình 1, nền tảng của các chương trình hỗ trợ hiệu chỉnh trước hết các kỹ thuật tham số hóa để đưa công việc hiệu chỉnh thông số về việc giải các bài toán tối ưu với số lượng biến hợp lý. Thành phần quan trọng tiếp theo của các chương trình hỗ trợ hiệu chỉnh là các thuật toán tối ưu dùng để tìm nghiệm của bài toán tối ưu (có thể kết hợp với các giải thuật giảm thiểu độ lệch so với phân bố ban đầu đưa ra bởi mô hình địa chất). Mô tả chi tiết về các phương pháp tham số hóa; bài toán tối ưu, thuật toán tối ưu hóa và giải thuật phù hợp địa chất sẽ được trình bày trong các mục tiếp theo.

2.2. Kỹ thuật tham số hóa và bài toán tối ưu cần giải trong chương trình 1

Chương trình 1 được thiết kế để hỗ trợ hiệu chỉnh đường cong thấm pha đại diện và mức độ thấm bất đẳng hướng chung cho toàn mỏ (bước 1). Do tầm quan trọng và tính không chắc chắn cao của đường cong thấm pha đại diện và mức độ thấm bất đẳng hướng cao của mỏ nút nê, những đối tượng này trong mô hình mô phỏng khai thác được lựa chọn để hiệu chỉnh đầu tiên trong quy trình chung để xuất ở đây.

Các đường cong thấm pha biểu diễn sự phụ thuộc của độ thấm tương đối các pha vào độ bão hòa pha. Để có thể hiệu chỉnh đường cong thấm pha, cần thiết phải biểu diễn đường cong thấm pha qua một số hữu hạn các tham số (tham số hóa). Khi đó hiệu chỉnh đường cong thấm pha được thực hiện thông qua hiệu chỉnh các giá trị tham số đó.

Trong những dạng tham số hóa đường cong thấm pha đơn giản nhất có thể kể đến dạng hàm mũ Corey [1]. Biểu thức mô tả độ thấm tương đối dầu và nước của dạng hàm này có dạng sau:

$$k_{ro}(S_w) = \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^a \tag{7}$$

$$k_{rw}(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{ow}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^b \times k_{rw\max}$$

Thông thường, ba tham số (a, b và độ thấm tương đối pha nước lớn nhất $k_{rw\max}$) được hiệu chỉnh trong quá trình tái lập lịch sử. Tuy nhiên, với mỏ nút nê, sự tồn tại của các nút nê (mà ở đó độ bão hòa nước dư và độ bão hòa dầu dư gần bằng không) trong các ô lưới có thể làm các độ bão hòa dư chung đại diện cho toàn ô lưới cần phải giảm đi. Vì vậy, giá trị độ bão hòa nước dư S_{wc} và độ bão hòa dầu dư S_{or} cũng cần được hiệu chỉnh. Tổng cộng có 5 tham số hiệu chỉnh nếu ta sử dụng dạng đường cong thấm pha đại diện dạng Corey cho mỏ nút nê.

Ví dụ thứ hai về cách tham số hóa đường cong thấm pha có thể kể đến là sử dụng dạng hàm đề xuất bởi Chierici [2]. Hàm Chierici biểu diễn sự phụ thuộc của độ thấm tương đối dầu và nước vào độ bão hòa nước được viết dưới dạng sau:

$$k_{ro}(S_w) = \exp \left[-a \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_w - S_{or}} \right)^b \right]$$

$$k_{rw}(S_w) = \exp \left[-c \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_w - S_{or}} \right)^{-d} \right] \times k_{rw\max} \tag{8}$$

Dạng hàm Chierici có nhiều hơn 2 tham số so với dạng hàm Corey. Tổng cộng là 7 tham số cần hiệu chỉnh nếu ta sử dụng dạng hàm này để mô tả đường cong thấm pha đại diện của mỏ nứt nẻ.

Ngoài hai dạng kể trên, các dạng hàm mô tả đường cong thấm pha khác cũng có thể được sử dụng để tham số hóa đường cong thấm pha phục vụ công việc tái lập lịch sử. Số tham số lớn hơn có thể làm công việc tái lập lịch sử phức tạp hơn. Tuy nhiên số tham số lớn cũng tạo mức độ linh động hơn và có thể giúp xấp xỉ đường cong thấm pha thực tốt hơn. Với nghiên cứu ở đây, bước đầu dạng xấp xỉ đường cong thấm pha Corey được thử nghiệm sử dụng.

Do đặc tính thấm chất lưu phụ thuộc vào cả độ thấm tuyệt đối và độ thấm tương đối. Việc hiệu chỉnh đường cong thấm pha ở đây được thực hiện đồng thời với việc hiệu chỉnh mức độ bất đẳng hướng của độ thấm tuyệt đối. Với độ thấm ban đầu đưa ra bởi mô hình địa chất là giống nhau theo cả ba hướng, hiệu chỉnh độ thấm theo hướng được thực hiện bằng cách nhân độ thấm ban đầu với các hệ số đại diện cho mỗi hướng:

$$\begin{aligned} k_x(i, j, k) &= \lambda_{per,x} k^0(i, j, k) \\ k_y(i, j, k) &= \lambda_{per,y} k^0(i, j, k) \\ k_z(i, j, k) &= \lambda_{per,z} k^0(i, j, k) \end{aligned} \quad (9)$$

Trong đó: i, j, k chỉ ô lưới; k_x, k_y và k_z là các độ thấm theo hướng tương ứng; k^0 chỉ phân bố thấm ban đầu.

Như vậy, với cách tham số hóa đường cong thấm pha và hiệu chỉnh tính bất đẳng hướng của độ thấm như mô tả ở trên, công việc hiệu chỉnh đường cong thấm pha đại diện và tính thấm bất đẳng hướng được đưa về việc giải bài toán tối ưu (giả sử dạng thấm pha Corey được dùng) giảm thiểu trung bình chuẩn độ lệch giữa đo đạc và tính toán E :

Xác định bộ giá trị của 8 tham số: $a, b, k_{rw\max}, S_{wc}, S_{or}, \lambda_{per,x}, \lambda_{per,y}$ và $\lambda_{per,z}$ sao cho hàm:

$$E = E(a, b, k_{rw\max}, S_{wc}, S_{or}, \lambda_{per,x}, \lambda_{per,y}, \lambda_{per,z}) \quad (10)$$

đạt giá trị cực tiểu với giá trị trung bình chuẩn độ lệch E được tính theo phương trình (1).

Các thuật toán tối ưu (mục 2.5) sẽ được sử dụng để tìm bộ giá trị $(a, b, k_{rw\max}, S_{wc}, S_{or}, \lambda_{per,x}, \lambda_{per,y}, \lambda_{per,z})$ tốt nhất và do đó xác định được đường cong thấm pha đại diện và các hệ số bất đẳng hướng cho kết quả tái lập

lịch sử tốt nhất. Giá trị xuất phát cho quá trình tối ưu hóa của các tham số đường cong thấm pha đại diện $(a, b, k_{rw\max}, S_{wc}, S_{or})$ được lấy dựa trên xấp xỉ đường cong thấm pha hiện dùng. Giá trị xuất phát của $\lambda_{per,x}, \lambda_{per,y}$ và $\lambda_{per,z}$ bằng 1.

2.3. Kỹ thuật tham số hóa và bài toán tối ưu cần giải trong chương trình 2

Giá trị tổng thể tích phần rỗng, hệ số nén đất đá và các thông số đặc trưng của aquifer cùng có ảnh hưởng nhiều đến áp suất tính toán của các giếng trong toàn mỏ. Vì vậy chúng được hiệu chỉnh đồng thời trong quy trình để xuất ở đây.

Hiệu chỉnh tổng thể tích phần rỗng được thực hiện thông qua việc thay đổi một hệ số λ_{por} với độ rỗng hiệu chỉnh $\phi(i, j, k)$ tại các ô lưới được tính bằng độ rỗng ban đầu $\phi^0(i, j, k)$ nhân với hệ số này:

$$\phi(i, j, k) = \lambda_{por} \phi^0(i, j, k) \quad \text{với mọi ô lưới } (i, j, k) \quad (11)$$

Hệ số nén đất đá (ký hiệu ở đây là C_{por}) được hiệu chỉnh trực tiếp hoặc gián tiếp thông qua một hệ số thay đổi. Thông thường thì có các phần mềm mô phỏng khai thác nhận một hệ số nén đất đá chung cho toàn mỏ.

Với aquifer (nguồn nước nuôi), ở đây chúng ta giả sử là vị trí aquifer bao gồm cả phần tiếp xúc là đã được xác định nhờ những phương pháp nào đó. Phương pháp để xuất chỉ hiệu chỉnh các thông số của aquifer như: độ dày, bán kính ảnh hưởng, góc ảnh hưởng, độ rỗng, độ thấm... Các tham số cụ thể có thể thay đổi phụ thuộc vào dạng aquifer sử dụng trong mô hình mô phỏng. Ký hiệu các tham số aquifer cần hiệu chỉnh là $\lambda_{aq,1}, \lambda_{aq,2}, \dots, \lambda_{aq,N}$ công việc hiệu chỉnh đồng thời tổng thể tích rỗng, hệ số nén đất đá và aquifer được đưa đến bài toán giảm thiểu trung bình chuẩn độ lệch E giữa đo đạc và tính toán:

Xác định bộ giá trị của các tham số: $\lambda_{por}, C_{por}, \lambda_{aq,1}, \lambda_{aq,2}, \dots, \lambda_{aq,N}$ sao cho hàm:

$$E = E(\lambda_{por}, C_{por}, \lambda_{aq,1}, \lambda_{aq,2}, \dots, \lambda_{aq,N}) \quad (12)$$

đạt giá trị cực tiểu với giá trị trung bình chuẩn độ lệch E được tính theo phương trình (1).

Các thuật toán tối ưu để tìm bộ giá trị $(\lambda_{por}, C_{por}, \lambda_{aq,1}, \lambda_{aq,2}, \dots, \lambda_{aq,N})$ để độ lệch chuẩn đạt cực tiểu và do đó xác định được tổng thể tích phần rỗng, hệ số nén đất đá và đặc tính aquifer phù hợp với dữ liệu khai thác lịch sử. Quá trình tối ưu hóa sử dụng giá trị xuất phát của $\lambda_{por} = 1$ (độ

rỗng bằng độ rỗng ban đầu). Giá trị xuất phát của hệ số nén và các tham số aquifer cũng cần được cho một cách hợp lý - dựa trên đo đạc (C_{por}), tính toán thử nghiệm hoặc tham khảo các mỏ tương tự.

2.4. Kỹ thuật tham số hóa và bài toán tối ưu cần giải trong chương trình 3

Nhiệm vụ đề ra trong các bước 3 - 5 có điểm tương tự là cùng hiệu chỉnh các thông số mô hình dạng phân bố liên tục. Về mặt mô hình tính toán, các dạng thông số này có giá trị khác nhau tại các ô lưới (i, j, k) khác nhau. Điều này có nghĩa là, số lượng thông số vô hướng thực tế nói chung là rất lớn đối với các bài toán tái lập lịch sử vỉa dầu - khí. Ví dụ, với số lượng ô lưới mỗi chiều khoảng vài chục, số lượng thông số vô hướng (độ thấm hay độ rỗng tại các điểm lưới) có thể lên đến hàng chục nghìn. Vì vậy các kỹ thuật thu nhỏ số lượng thông số là cần thiết.

Ba nhóm kỹ thuật thu nhỏ số lượng thông số đã được lựa chọn để áp dụng trong bài báo này bao gồm:

- Sử dụng hệ số biến đổi đại diện cho các mặt phẳng lưới.
- Phân miền.
- Sử dụng các điểm, đường, miền hoa tiêu.

2.4.1. Sử dụng hệ số biến đổi đại diện cho các mặt phẳng lưới

Kỹ thuật thu nhỏ số lượng thông số trong hiệu chỉnh các phân bố thấm chứa này được xây dựng trên cơ sở khống chế sự biến đổi của các giá trị điểm lưới trên cùng một mặt phẳng lưới bằng một hệ số. Ví dụ, thay vì biến đổi tự do các giá trị độ thấm (hay độ rỗng) tại các điểm lưới từ giá trị $\psi^0(i, j, k)$ tới một bộ giá trị mới $\psi(i, j, k)$, ta khống chế sự biến đổi giá trị ô lưới nằm trong cùng một mặt phẳng $i = const$ theo công thức sau:

$$\psi(i, j, k) = X_i \psi^0(i, j, k) \text{ với } i = 1, \dots, ni \tag{13}$$

Trong công thức trên: i, j, k là chỉ số ô lưới theo các chiều x, y, z tương ứng và ký hiệu ψ sử dụng ở đây có thể là độ thấm, độ rỗng hay bất cứ dạng thông số nào có phân bố liên tục trong vỉa.

Với cách làm này, số lượng thông số hiệu chỉnh sẽ giảm từ $ni \times nj \times nk$ xuống ni với ni, nj, nk ở đây ký hiệu cho số ô lưới theo các chiều x, y, z tương ứng. Kỹ thuật thu nhỏ số lượng thông số này cho phép thuật toán tối ưu là khả thi cho vỉa với độ phân giải lưới tính lớn. Công việc hiệu chỉnh phân bố thấm (hoặc rỗng) nhằm tái lập lịch sử tốt

hơn được đưa về bài toán giảm thiểu trung bình chuẩn độ lệch E phụ thuộc vào ni thông số, cụ thể là:

Xác định bộ giá trị của các tham số: X_1, X_2, \dots, X_{ni} sao cho hàm:

$$E = E(X_1, X_2, \dots, X_{ni}) \tag{14}$$

đạt giá trị cực tiểu.

Bài toán tối ưu (14) được giải với giá trị xuất phát của tất các biến đều bằng 1 (tương đương với phân bố thấm ban đầu).

Có thể nhận thấy rằng việc khống chế sự biến đổi giá trị tại các điểm lưới trong cùng mặt phẳng $i = const$ theo công thức (13) trong suốt quá trình tối ưu hoá là cứng nhắc và phi vật lý. Vì vậy, trong quá trình thực hiện tái lập lịch sử, chúng ta có thể thay đổi mức độ khống chế theo các hướng khác nhau:

Tương tự như (13) cho việc khống chế sự biến đổi trong cùng mặt phẳng $i = const$, công thức biểu diễn việc khống chế sự biến đổi giá trị các điểm lưới trên cùng một mặt phẳng $i = const$ có dạng:

$$\psi(i, j, k) = X_i \psi^0(i, j, k) \text{ với } j = 1, \dots, nj \tag{15}$$

Công việc tái lập lịch sử khi đó trở thành việc giải bài toán tối ưu giảm thiểu trung bình chuẩn độ lệch:

Xác định bộ giá trị của các tham số: X_1, X_2, \dots, X_{nj} sao cho hàm:

$$E = E(X_1, X_2, \dots, X_{nj}) \tag{16}$$

đạt giá trị cực tiểu.

Tương tự, nếu khống chế sự biến đổi giá trị các điểm lưới trên cùng một mặt phẳng $k = const$ theo công thức:

$$\psi(i, j, k) = X_k \psi^0(i, j, k) \text{ với } k = 1, \dots, nk \tag{17}$$

Công việc tái lập lịch sử khi đó trở thành việc giải bài toán tối ưu giảm thiểu trung bình chuẩn độ lệch:

Xác định bộ giá trị của các tham số: X_1, X_2, \dots, X_{nk} sao cho hàm:

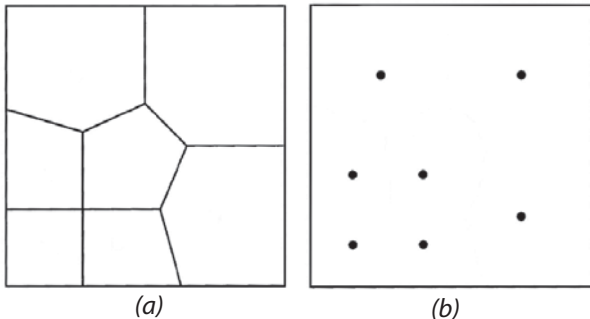
$$E = E(X_1, X_2, \dots, X_{nk}) \tag{18}$$

đạt giá trị cực tiểu.

2.4.2. Phân miền

Ý tưởng thu nhỏ số lượng thông số trong hiệu chỉnh các phân bố thấm rỗng tương đối đơn giản như minh họa trên Hình 2 (a): Vỉa chứa được chia ra thành nhiều miền và hiệu chỉnh các giá trị thấm rỗng của các ô lưới nằm trong

cùng một miền được hiệu chỉnh bằng cách nhân với cùng một hệ số.



Hình 2. Minh họa kỹ thuật giảm số lượng thông số bằng cách: (a) Phân miền; (b) Sử dụng điểm hoa tiêu.

Cụ thể là nếu chúng ta chia miền tính ra làm n miền con $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ và với mỗi miền thứ r ta sử dụng một hệ số hiệu chỉnh X_r :

$$\Psi(i, j, k) = X_r \Psi^0(i, j, k) \text{ với } \forall (i, j, k) \in \Omega_r \quad (19)$$

Khi đó, công việc hiệu chỉnh sẽ đưa về bài toán giảm thiểu hàm trung bình chuẩn độ lệch phụ thuộc vào các biến X_r :

$$E = E(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (20)$$

Giải pháp phân miền thực chất cũng thường được dùng trong công việc tái lập lịch sử theo phương pháp thủ công. Điểm khác biệt là ở đây việc xác định các hệ số nhân X_r tốt nhất được thực hiện bằng các thuật toán tối ưu.

Một trong những ưu điểm của giải pháp phân miền để giảm số lượng thông số hiệu chỉnh là tính trực quan. Tuy nhiên, hiệu chỉnh theo cách làm này có thể dẫn đến sự biến đổi sốc của các phân bố thẩm chứa tại biên giữa các miền. Giải pháp sử dụng điểm hoa tiêu mô tả trong mục dưới có thể giải quyết được nhược điểm này.

2.4.3. Sử dụng các điểm, đường hoặc miền hoa tiêu

Sự khác biệt về ý tưởng giữa kỹ thuật phân miền (mô tả ở trên) với kỹ thuật sử dụng điểm hoa tiêu có thể được thấy trên Hình 2(a) - (b).

Trong kỹ thuật thu nhỏ số lượng thông số hiệu chỉnh bằng cách sử dụng điểm hoa tiêu, mức hiệu chỉnh của độ thẩm (hoặc rỗng) tại tất cả các điểm lưới trên toàn miền sẽ được nội ngoại suy từ mức hiệu chỉnh của độ thẩm tại một số điểm chọn trước. Cụ thể là nếu trong vỉa chúng ta lựa chọn ra n điểm hoa tiêu là tâm của các ô lưới (i_p, j_p, k_p) $p = 1, \dots, n$ và sử dụng n hệ số X_p để hiệu chỉnh giá trị thẩm rỗng tại các ô lưới đó:

$$\Psi(i_p, j_p, k_p) = X_p \Psi^0(i_p, j_p, k_p) \text{ với } p = 1, \dots, n \quad (21)$$

Khi đó hiệu chỉnh giá trị thẩm hoặc rỗng tại tất cả các ô trong miền tính sẽ được thực hiện theo công thức:

$$\Psi(i, j, k) = X(i, j, k) \Psi^0(i, j, k) \text{ với } \forall i, j, k \quad (22)$$

Trong đó $X(i, j, k)$ được nội ngoại suy từ các hệ số X_p bằng một phép nội ngoại suy thông dụng nào đó.

Như vậy với việc sử dụng các điểm hoa tiêu theo cách mô tả nói trên, số biến của thuật toán tối ưu chỉ còn bằng số điểm hoa tiêu được chọn. Công việc hiệu chỉnh phân bố thẩm (hay rỗng) sẽ đưa về bài toán giảm thiểu hàm trung bình chuẩn độ lệch E phụ thuộc vào các biến X_p :

$$E = E(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (23)$$

Thay thế cho việc sử dụng điểm hoa tiêu nhưng cũng đạt được hiệu quả giảm số lượng biến tương tự là việc sử dụng đường hoa tiêu hoặc miền hoa tiêu. Các đường hoa tiêu được định nghĩa là đường nối hai điểm tâm ô lưới. Các miền hoa tiêu xác định từ một khối lưới chữ nhật. Cách sử dụng chúng để thu nhỏ số lượng biến là tương tự với cách sử dụng điểm hoa tiêu. Mức hiệu chỉnh giá trị độ thẩm (rỗng) của các ô lưới trên toàn bộ đường hoặc trong toàn bộ miền được xác định bằng một hệ số. Mức hiệu chỉnh cho các ô lưới nằm ngoài đường (hoặc miền) được xác định từ hệ số nội ngoại suy.

Cách lựa chọn điểm (hoặc đường hay miền) hoa tiêu: Một trong những yếu tố quyết định tốc độ cải thiện của quá trình tái lập lịch sử là việc lựa chọn điểm (hoặc đường hay miền) hoa tiêu. Việc lựa chọn các đối tượng này tại (hoặc gần) các giếng có kết quả tái lập lịch sử kém là một quyết định hợp lý.

2.5. Thuật toán phân tích tối ưu trong 3 chương trình

Thuật toán phân tích tối ưu là nòng cốt của các chương trình máy tính xây dựng. Toán tối ưu là một lĩnh vực phát triển mạnh và có nhiều ứng dụng trong toán học. Trong thực tế thì có hàng chục các dạng thuật toán khác nhau, mỗi thuật toán có những điểm mạnh nhất định và thường được biết là phù hợp với một số dạng hàm nhất định. Hàm cần tối ưu trong bài toán tái lập lịch sử không được xác định hiện mà được xác định ẩn qua công cụ mô phỏng vỉa, vì vậy rất khó có thể khẳng định thuật toán tối ưu nào là phù hợp hơn cả. Vấn đề lựa chọn thuật toán tối ưu cần được xem trên cơ sở thực tế tính toán và có thể thay đổi nếu cần thiết.

Trên cơ sở nghiên cứu tổng quan, 7 thuật toán tối ưu đã được lựa chọn đưa vào các chương trình hỗ trợ hiệu chỉnh. Đây đều là những thuật toán truyền thống đã chứng tỏ làm việc ổn định trong nhiều áp dụng, cụ thể là:

1. Thuật toán độ dốc lớn nhất (steepest descent method) ([3] - [5]).
2. Thuật toán Gauss-Newton (Gauss-Newton method) ([6] - [8]).
3. Thuật toán xấp xỉ ngẫu nhiên xáo trộn đồng thời (simultaneous perturbation stochastic approximation Method-SPSA method) ([9] - [11]).
4. Thuật toán đơn hình (SIMPLEX method) ([5], [8]).
5. Thuật toán tập hợp chiều (direction set methods) ([7], [12]).
6. Thuật toán gradient liên hợp (conjugate gradient method) ([3] - [5]).
7. Thuật toán định cỡ biến đổi (variable metric methods) ([5], [13]).

Để bài báo không quá dài, mô tả các thuật toán trên không được trình bày ở đây. Mô tả chi tiết có thể tìm thấy trong các tài liệu tham khảo được trích dẫn ở trên.

2.6. Giải thuật giảm thiểu độ lệch so với phân bố rỗng ban đầu trong chương trình 3

Các thuật toán tối ưu (mục 2.5) và kỹ thuật tham số hóa (mục 2.4) đều có thể áp dụng cho cả hiệu chỉnh phân bố thấm và hiệu chỉnh phân bố rỗng. Tuy nhiên cần lưu ý là:

- Tính không chắc chắn của phân bố thấm ban đầu nói chung khá cao và đặc biệt cao với mô nứt nẻ, vì vậy thuật giải giữ tính phù hợp với phân bố ban đầu từ mô hình địa chất có thể không cần sử dụng khi hiệu chỉnh phân bố thấm.
- Khác với phân bố thấm, phân bố rỗng ban đầu thường có độ tin cậy cao hơn. Vì vậy, thuật giải giữ tính phù hợp với phân bố ban đầu cần được áp dụng - cụ thể là sử dụng công thức (6) thay thế cho công thức (1) trong tính toán hàm mục tiêu - trong quá trình hiệu chỉnh phân bố độ rỗng.

2.7. Kết nối với công cụ mô phỏng khai thác vỉa

Thủ tục tối ưu hóa trong các chương trình trên cần đến công cụ mô phỏng vỉa mỗi khi phải xác định giá trị hàm ứng với một bộ giá trị biến cụ thể. Vì vậy, để công

việc hiệu chỉnh thực hiện một cách bán tự động, cần thiết phải viết thêm các mô đun chương trình kết nối với công cụ mô phỏng vỉa.

Do ta không thể can thiệp vào mã nguồn của các công cụ mô phỏng vỉa thương mại, việc kết nối sẽ được thực hiện thông qua các tệp vào ra: Chương trình tối ưu cần phải đưa các giá trị biến của hàm mục tiêu vào công cụ mô phỏng vỉa thông qua các tệp trung gian và sau đó, nhận giá trị hàm mục tiêu bằng cách đọc tệp kết quả của công cụ mô phỏng vỉa. Với mỗi lần thủ tục tối ưu cần xác định giá trị hàm (cụ thể ở đây là giá trị trung bình chuẩn độ lệch giữa dữ liệu khai thác đo đạc với kết quả tính toán tương ứng) ứng với một bộ giá trị cụ thể của biến (thông số hiệu chỉnh), chương trình tối ưu cần thực hiện các bước sau:

Bước 1: Ứng với bộ giá trị cụ thể của biến thay thế, viết ra các tệp dữ liệu mô tả bộ giá trị cụ thể đó với khuôn dạng thích hợp có thể đọc được bởi công cụ mô phỏng vỉa đã chọn.

Bước 2: Gọi công cụ mô phỏng vỉa để thực hiện mô phỏng vỉa với đầu vào được mô tả một phần bởi các tệp dữ liệu đã viết trong bước 1.

Bước 3: Thực hiện trích xuất thông tin để xác định giá trị hàm mục tiêu từ tệp kết quả của lần chạy mô phỏng vỉa được thực hiện trong bước 2.

3. Áp dụng thử nghiệm cho khối móng mỏ Bạch Hổ

3.1. Quá trình và kết quả hiệu chỉnh

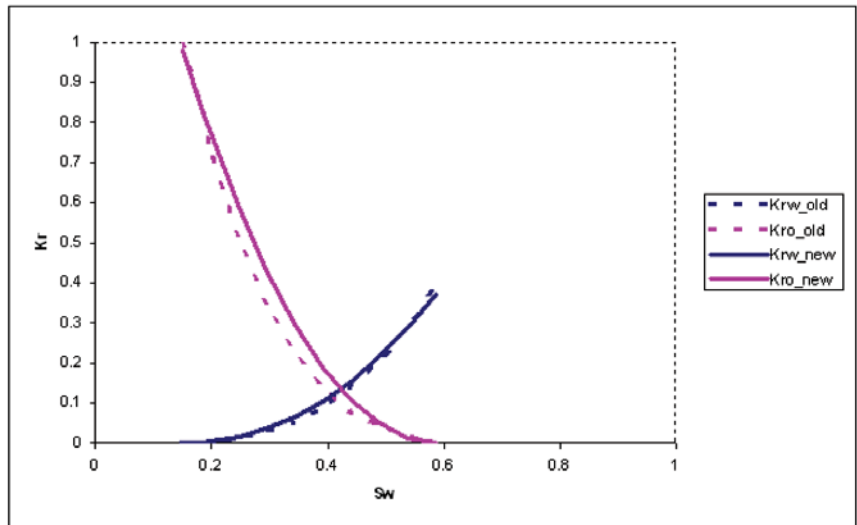
Thử nghiệm được thực hiện cho công việc hiệu chỉnh mô hình khai thác khối móng mỏ Bạch Hổ (mô hình 2007) [14]. Mô hình và phân bố thấm chưa hiệu chỉnh được cung cấp bởi Liên doanh Việt - Nga (VSP). Hệ lưới tính gồm 93 x 200 x 42 nút theo các chiều x , y , z tương ứng. Số liệu lịch sử khai thác bao gồm số liệu áp suất (cho tới 1/5/2007) và số liệu chất lưu khai thác (tới 1/5/2009) các giếng.

Trong bước 1, dạng đường cong thấm pha Corey được sử dụng. Do mô hình được xây dựng với 12 đường cong thấm pha khác nhau, chúng tôi thực hiện hiệu chỉnh cùng một lúc cả 12 đường cong thấm pha này với cùng một mức độ hiệu chỉnh $k_{rw\ max}$, S_{wc} , S_{or} giống nhau. Thuật toán đơn hình kết hợp với thuật toán độ dốc lớn nhất được dùng trong tất cả các bước hiệu chỉnh. Với giá trị dung sai hiệu chỉnh tối thiểu cho phép bằng 0,001, lần chạy của bước 1 kết thúc sau khoảng 10 ngày.

Trong bước 2, chúng tôi đã quyết định không hiệu chỉnh các thông số aquifer đã có trong mô hình của VSP. Lý do là phần tiếp xúc của aquifer này tương đối nhỏ và tính toán thử nghiệm cho thấy trung bình sai số hầu như không khác nhau khi có và khi không có aquifer này. Do vậy chỉ có tổng độ rỗng và hệ số nén đất đá được hiệu chỉnh trong bước này. Thời gian thực hiện bước này khoảng 5 ngày trên máy tính PC với tốc độ ở mức cao hiện nay.

Sau khi hiệu chỉnh tổng độ rỗng và hệ số nén đất đá, các phân bố độ thấm đứng, phân bố độ thấm ngang, phân bố độ rỗng lần lượt được hiệu chỉnh (bước 3 - 5). Với mỗi bước 3 - 5, chương trình được chạy nhiều lần với các vị trí điểm (hoặc đường, miền) hoa tiêu khác nhau. Sau mỗi lần chạy chương trình, vị trí điểm (đường, miền) hoa tiêu được thay đổi, cụ thể là đưa về vị trí của các giếng có mức khớp lịch sử kém. Với mỗi lần chạy trong từng bước hiệu chỉnh phân bố, dung sai hiệu chỉnh cho phép được lấy bằng 0,001. Thời gian dành cho từng bước khoảng 10 ngày. Tổng cộng thời gian thực hiện các bước hiệu chỉnh là khoảng 45 ngày trên máy tính PC tốc độ cao.

Kết quả hiệu chỉnh đường cong thấm pha được thấy trên Hình 3 cho đường cong thấm pha 3. Hệ số nén đất đá sau hiệu chỉnh có giá trị bằng 78,3% so với giá trị ban đầu. Mức độ hiệu chỉnh của phân bố độ thấm theo các chiều x, y và z là khá lớn. Mức độ hiệu chỉnh phân bố độ rỗng là ít hơn nhiều. So với tổng thể tích lỗ rỗng của mô hình ban đầu, tổng thể tích lỗ rỗng hiệu dụng của mô hình hiệu chỉnh bằng 97,1%, nhỉnh hơn một chút so với tổng thể tích lỗ rỗng của mô hình hiện dùng của VSP (bằng 96,6%) tổng thể tích lỗ rỗng ban đầu.



Hình 3. So sánh đường cong thấm pha ban đầu (K_{rw_old} , K_{ro_old}) và đường cong thấm pha đã hiệu chỉnh (K_{rw_new} , K_{ro_new})

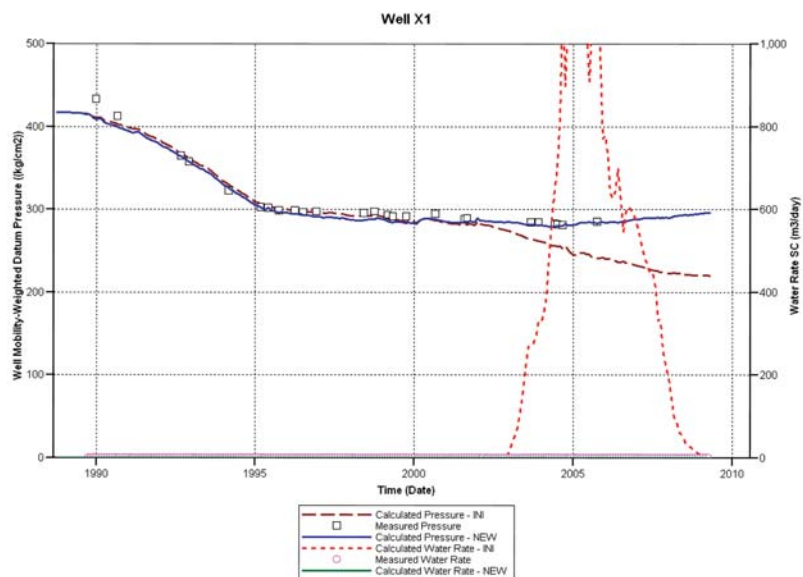
3.2. So sánh với mô hình chưa tái lập lịch sử (INI)

Mô hình nhận được (mô hình NEW) được so sánh với mô hình chưa tái lập lịch sử (mô hình INI). Bảng 1 biểu thị so sánh các trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước E_R và trung bình chuẩn độ lệch áp suất E_p tổng hợp.

Bảng 1. Các giá trị trung bình chuẩn độ lệch tổng hợp của mô hình INI và mô hình NEW

Đại lượng	Mô hình INI	Mô hình NEW
Trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước tổng hợp E_R ($m^3/ngày$)	305	101
Trung bình chuẩn độ lệch áp suất tổng hợp E_p (kg/cm^2)	57,50	38,74

So sánh cho từng giếng cũng cho thấy mức độ cải thiện khớp lịch sử được thấy trong hầu hết các giếng. Ví dụ, đồ thị so sánh của 2 giếng có lưu lượng tích lũy lớn nhất (giếng X1 và giếng X2) được thấy trong các Hình 4 - 5.



Hình 4. So sánh lưu lượng nước và áp suất giữa tính toán và thực tế - giếng X1

Mức độ cải thiện khớp lịch sử khai thác toàn mô đạt được cũng rất lớn. Trên Hình 6 là so sánh độ ngập nước toàn mô giữa đo đạc và tính toán.

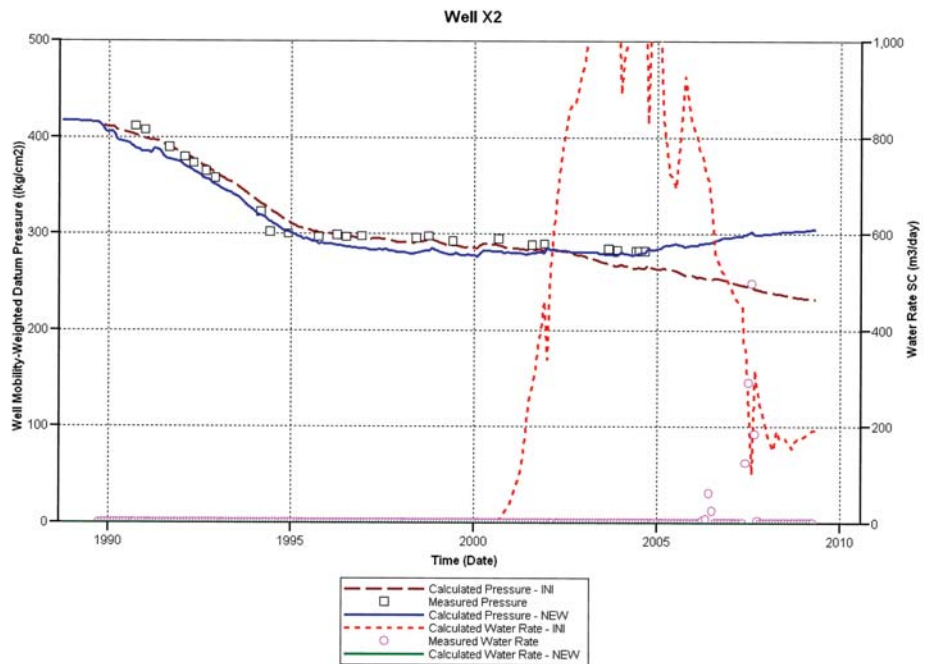
So sánh về trung bình chuẩn độ lệch, mức độ tái lập lịch sử các giếng và toàn mô giữa mô hình INI và NEW đều cho thấy hiệu quả của quy trình và phương pháp hiệu chỉnh đề xuất.

3.3. So sánh với mô hình đã tái lập lịch sử của VSP

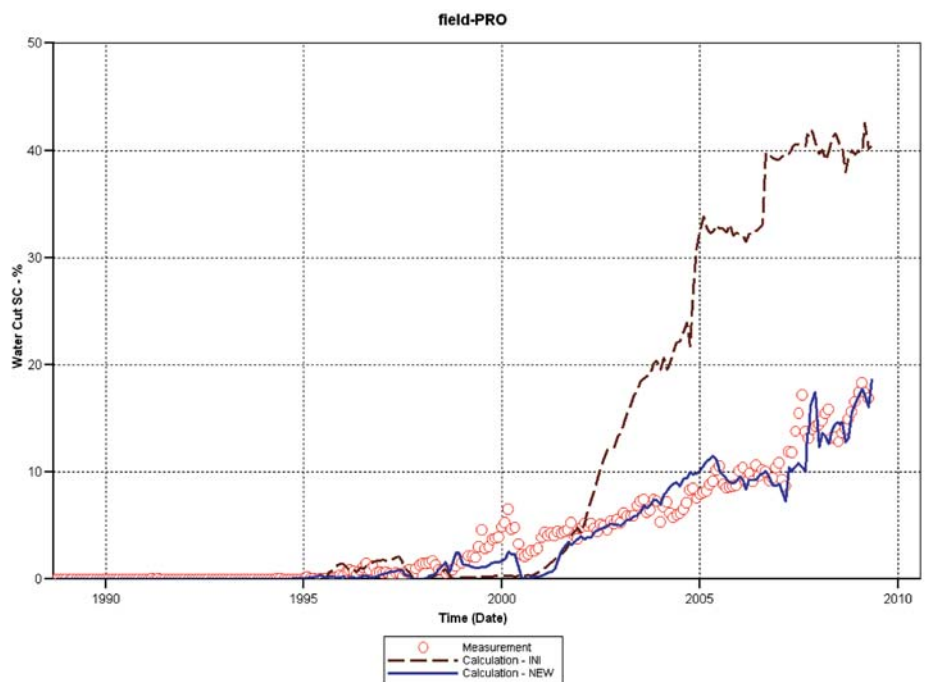
Bảng 2 biểu thị so sánh các trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước E_R và trung bình chuẩn độ lệch áp suất E_p tổng hợp.

So sánh mức độ khớp lịch sử được quan sát trên các đồ thị biểu diễn áp suất và lưu lượng nước theo thời gian cho từng giếng. Ví dụ đồ thị với 2 giếng có tổng lưu lượng nước sản phẩm tích lũy lớn nhất (giếng X3 và giếng X4) được thấy trên các Hình 7 - 8.

Đồ thị so sánh với các giếng khác cũng cho thấy cả hai mô hình đều có những giếng đạt mức khớp lịch sử tốt hơn mô hình kia. Tuy nhiên, với nhiều giếng thì so sánh mức khớp lịch sử chỉ qua quan sát trên đồ thị là tương đối khó. So sánh định lượng về mức độ tái lập lịch sử đạt được với từng giếng có thể thấy được qua các trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước $E_{R,j}$ và trung bình chuẩn độ lệch áp suất $E_{p,j}$ của các giếng j . Các giá trị này được tính theo các phương trình (3) và (5) tương ứng.



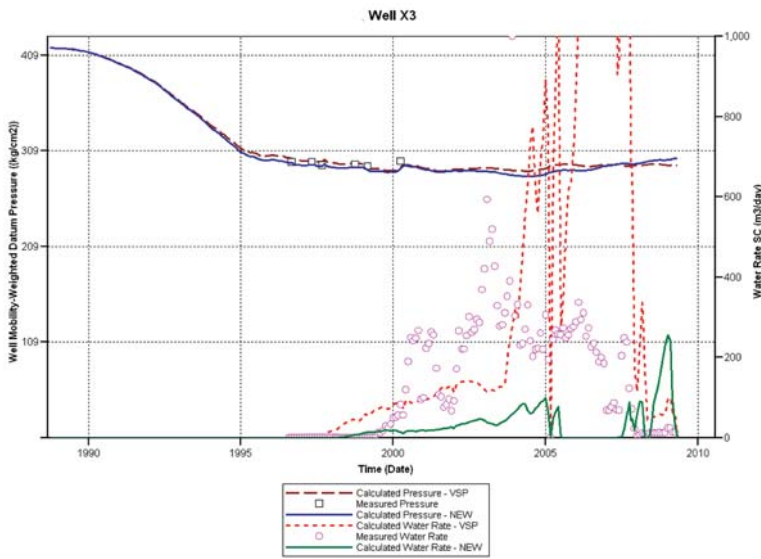
Hình 5. So sánh lưu lượng nước và áp suất giữa tính toán và thực tế - giếng X2



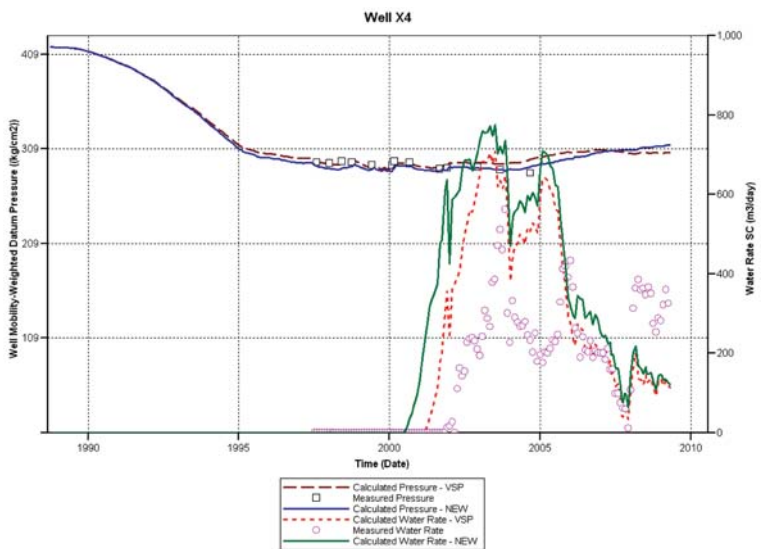
Hình 6. So sánh phần trăm nước sản phẩm giữa tính toán và thực tế - toàn vỉa

Bảng 2. Các giá trị trung bình chuẩn độ lệch tổng hợp của mô hình VSP và mô hình NEW

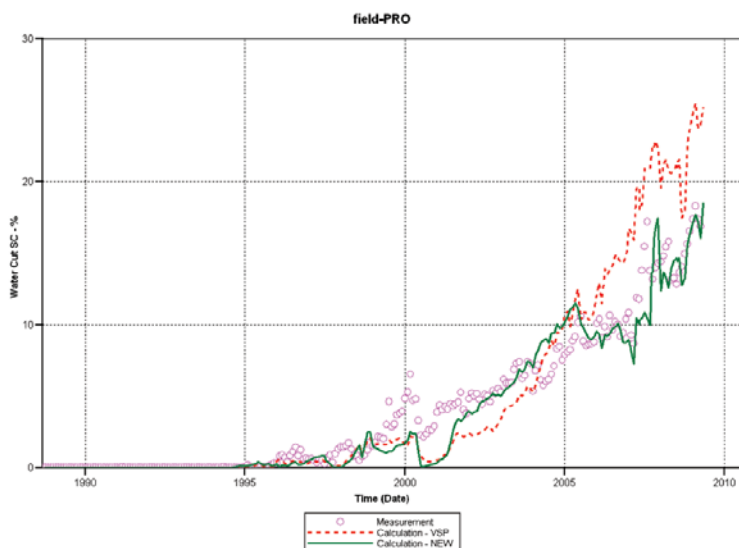
Đại lượng	Mô hình NEW	Mô hình VSP
Trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước tổng hợp E_R (m ³ /ngày)	101	112
Trung bình chuẩn độ lệch áp suất tổng hợp E_p (kg/cm ²)	37,74	38,87



Hình 7. So sánh lưu lượng nước và áp suất giữa tính toán và thực tế - giếng X3



Hình 8. So sánh lưu lượng nước và áp suất giữa tính toán và thực tế - giếng X4



Hình 9. So sánh phần trăm nước sản phẩm giữa tính toán và thực tế - toàn vỉa

Kết quả so sánh cho thấy một số giếng có trung bình chuẩn độ lệch lưu lượng nước theo mô hình VSP thấp hơn (mô phỏng sát hơn) so với mô hình NEW, trong khi đó tại một số giếng khác thì mô hình NEW lại cho trung bình chuẩn độ lệch thấp hơn so với mô hình VSP. Thống kê cụ thể sẽ cho ta kết quả:

- Mô hình VSP cho trung bình chuẩn độ lệch nhỏ hơn với 53 giếng.
- Mô hình NEW cho trung bình chuẩn độ lệch nhỏ hơn với 65 giếng.

Với áp suất, kết quả so sánh cho thấy một số giếng có trung bình chuẩn độ lệch theo mô hình VSP thấp hơn so với mô hình NEW, trong khi đó tại một số giếng khác thì mô hình NEW lại cho trung bình chuẩn độ lệch so với đo đạc thấp hơn so với mô hình VSP. Thống kê cụ thể cho kết quả:

- Mô hình VSP cho trung bình chuẩn độ lệch nhỏ hơn với 43 giếng.
- Mô hình NEW cho trung bình chuẩn độ lệch nhỏ hơn với 50 giếng.

So sánh mức độ khớp lịch sử khai thác toàn mỏ giữa hai mô hình có thể thấy trên Hình 9. Kết quả trên Hình 9 cho thấy mức khớp lịch sử ngập nước toàn mỏ của mô hình NEW là tốt hơn khá nhiều.

Tổng kết lại, kết quả so sánh mức khớp lịch sử giữa hai mô hình VSP và NEW cho thấy:

- Về mức độ tái lập lịch sử các giếng: Mức khớp lịch sử áp suất và lưu lượng nước các giếng của mô hình NEW và mô hình VSP có thể coi là tương đương nhau do cả hai mô hình đều có nhiều giếng được tái lập lịch sử tốt hơn mô hình kia. Nếu so sánh bằng cách thống kê thì số giếng tốt hơn của mô hình NEW nhỉnh hơn chút ít.
- Về mức độ tái lập lịch sử toàn mỏ: Mức khớp lịch sử ngập nước của mô hình NEW là tốt hơn khá nhiều so với mô hình VSP.

Nhận định về kết quả so sánh, chúng tôi cho rằng:

- Khả năng có được những cải thiện lớn về mức tái lập lịch sử các giếng của cả hai

cách tái lập lịch sử đều là rất khó. Vấn đề còn phụ thuộc vào mô hình địa chất ban đầu và độ chính xác của các tham số không được hiệu chỉnh khác.

- Kết quả so sánh thể hiện tính đa nghiệm của bài toán tái lập lịch sử: hai mô hình khác nhau đạt được mức khớp lịch sử các giếng tương đương về mặt thống kê. Tuy nhiên sự tương đương về mức khớp lịch sử này không có nghĩa là hai mô hình đạt độ chính xác tương tự. Chỉ có thể nói rằng mô hình nào chính xác hơn trong tương lai khi có các số liệu khai thác mới để kiểm định khả năng dự báo của chúng. Tuy nhiên, dựa trên quan sát dáng điệu hình dạng các đường cong trên Hình 9, có thể dự đoán rằng mô hình NEW sẽ dự báo diễn biến ngập nước mỏ tốt hơn.

4. Kết luận

- Để có thể thực hiện quy trình hiệu chỉnh mô hình MFKT móng nút nê đã đề xuất trên cơ sở áp dụng các kỹ thuật tái lập lịch sử với trợ giúp của máy tính, các chương trình máy tính hỗ trợ công việc hiệu chỉnh tham số đã được xây dựng.

- Quy trình đề xuất và các chương trình máy tính hỗ trợ được áp dụng thử nghiệm cho mô hình tầng móng mỏ Bạch Hổ. So sánh mô hình hiệu chỉnh nhận được với mô hình hiện dùng của VSP cho thấy những điểm mạnh của quy trình và phương pháp thử nghiệm, trong đó nổi bật là: (i) Hiệu quả hơn trong việc cải thiện mức khớp lịch sử xu thế ngập nước toàn mỏ; (ii) Đòi hỏi về nhân lực và thời gian thực hiện ít hơn (khoảng 4 lần).

- Kết quả nghiên cứu nhận được (bao gồm quy trình, phương pháp đề xuất và công cụ máy tính hỗ trợ) có thể được áp dụng nhằm cải tiến công việc hiệu chỉnh mô hình MFKT cho các đối tượng móng nút nê.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được thực hiện thông qua Nhiệm vụ Nghiên cứu Khoa học mã số: 03/KKT/2010/HĐ-NCKH của Tập đoàn Dầu khí Việt Nam. Công việc thử nghiệm áp dụng được thực hiện với sự hỗ trợ của các chuyên gia Nguyễn Minh Toàn, Phùng Hữu Thước - Phòng Thiết kế Khai thác Mỏ, Viện NIPI, VSP.

Tài liệu tham khảo

1. Corey, A.T., 1954. *The interrelation between gas and oil relative permeabilities*. Producers Monthly, p. 38 - 41.

2. Chierici, G.L., 1981. *Novel relations for drainage and imbibition relative permeability*. Soc. Petrol. Engr. Jour. p. 275 - 276.

3. Stoer J. và Bulirsch, 1980. *Introduction to Numerical Analysis*. Springer-Verlag, New York, USA.

4. Polak E., 1971. *Computational Methods in Optimization*, Academic Press, Newyork, USA.

5. Press W. H., Teukolsky P. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., 1992. *Numerical recipes in fortran: The art of scientific computing*. Cambridge University Press, New York, USA, 1992.

6. Denis J. E. and Schanabe R. B., 1983. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

7. Acton F. S., 1970. *Numerical methods that work*. Mathematical Assosiation of America, Washington.

8. Bùi Thế Tâm và Trần Vũ Thiệu, 1998. *Các phương pháp tối ưu*. NXB Giao thông vận tải. Hà Nội.

9. Spall J. C., 1992. *Multivariate stochastic approximation using a simaltenous perturbation gradient approximation*. IEEE transactions automat. Control, Vol. 37, p. 244.

10. Spall J. C., 1998. *An overview of the simutaneous pertubation method for efficient optimization*. Johns Hopkins APL technical digest, Vol. 19, p. 482 - 492.

11. Spall J. C., 2000. *Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization*. IEEE transactions automat. Control, Vol. 45, p. 1839.

12. Brent R. P., 1973. *Algorithms for minimization without derivatives*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

13. Yang, P. H. Texax A. and Watson A.T., 1998. *Automatic history matching with variable-metric method*. SPE reservoir engineering, p. 16977.

14. Vietsovpetro, 2008. *Thiết kế công nghệ khai thác và xây dựng mỏ Bạch Hổ*, Vũng Tàu.